Prijemni ispit iz MATEMATIKE za upis na
Master akademske studije MATEMATIKE

8. oktobar 2020. godine

Vreme za rad je 180 minuta.
Test ima 10 zadataka. **Kompletno rešeni** zadaci 1 – 4. vrede po 3 poena, zadaci 5 – 8. vrede po 4 poena i zadaci 9. i 10. vrede po 6 poena.

Ime i prezime: ______________________________

Broj osvojenih poena: ________________________

1. U špilu od 20 karata nalaze se četiri dame. Na koliko načina možemo prepoloviti ovaj špil, tako da u jednoj polovini budu 3 dame, a u drugoj jedna?

2. Dat je trougao ABC. Ako simetrala ugla kod temena A seče pravu koja polovi stranice AC i BC u tački P, dokazati da je ugao $\sphericalangle APC$ prav.

3. Odrediti vrednost parametra k tako da za funkciju $f(x) = \dfrac{kx}{2x+3}$, $x \neq -\dfrac{3}{2}$, $k \in \mathbb{R}$, važi da je $f(f(x)) = x$.

4. U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$.

5. U valjak poluprečnika osnove $r = 7\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ i visine $H = 20\,\mathrm{cm}$ upisana je trostrana prizma. Osnova prizme je trougao ABC sa stranicom $BC = 9\,\mathrm{cm}$ i uglom $\beta = 120°$. Izračunati zapreminu te prizme.

6. U prostoru E^3 date su tačke $A(-1,0,3)$ i $B(2,1,-5)$ i prava l: $x = y+1 = 3z$. Napisati jednačinu ravni β koja sadrži tačke A i B i paralelna je pravoj l.

7. Ispitati da li je $\mathcal{L}\{(1,2,3),(0,1,2),(0,0,1)\} = \mathbb{R}^3$.

8. Neka je (X,d) metrički prostor i $A, B \subseteq X$. Dokazati nejednakost

$$\mathrm{diam}(A \cup B) \leqslant \mathrm{diam}(A) + d(A,B) + \mathrm{diam}(B).$$

9. Dokazati da je komutativni grupoid $(G,*)$ semigrupa ako za sve $x, y, z \in G$ važi jednakost $(x*y)*z = (z*x)*y$.

10. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = (2+x) \cdot e^{\frac{1}{x}}$.